האינטגרל הלא מסויים

# הגדרה

תהי F,f פונקציות המוגדרות על קטע X. נגיד שF הינה פונקציה קדומה או פונקציה פרימיטיבית לf על X אם לכל .

# משפט

תהי F פונקציה קדומה לf על X, אזי פונקציה G המוגדרת אף היא על X גם תהיה פונקציה קדומה לf אם ורק אם קיים כך לכל .

## הוכחה

אם לכל x, אזי   
עכשיו נניח שבנוסף ל מתקיים לכל . שים , אזי . לכן H קבועה ומכאן ז"א ⇦

# הגדרה

תהי f מוגדרת על הקטע X. נסמן את הקבוצה של כל הפונקציות הקדומות של f(אם קיימות כאלה) ב ונקראת האינטגרל הלא מסויים של f על X.

## הערה

ייתכן מאוד ש לא קיים בכלל עבור פונקציות מסויימות בקטעים מסויימים.

### דוגמה

לא קיים על כאשר . אם F פונקציה פרימיטיבית לf על אזי לכל . אבל לנגזרת יכולות להיות נקודות אי רציפות רק מהסוג השני, לכן לא קיימת פונקציה F כזו.

*ברור שאם קיים על הקטע X אזי*  באשר לכל .

# מסקנות

* על X לכל f גזירה על X
* על X כאשר קיים על X

על X(אם יש משמעות לאגף השמאלי)

על X(אם יש משמעות לאגף השמאלי)

על כל קטע שלא מכיל 0.

פירוק אינטגרלים

# דוגמה

2. (על קטע בו המכנה לא מתאפס)

אינטגרטציה לפי חלקים

ולכן

# דוגמה

הצבה(שינוי משתנה)

אם על ו גזירה, אזי

# הוכחה

אמנם

# דוגמה

אפשר גם לחשב את זה בצורה אחרת:

# משפט

*תהי גזירה וכך ש על J. אם על J אזי על I.*

## הוכחה

*נתון ש ולכן לכל , לכל ומכאן*

# דוגמאות